

# Physikalisch- Technische Bundesanstalt



**DKD**

---

**Richtlinie  
DKD-R 3-10  
Blatt 2**


**Dynamische Kalibrierung von  
Kraftaufnehmern nach dem  
Sinusverfahren**

---

Ausgabe 05/2019

<https://doi.org/10.7795/550.20190507A>



	Dynamische Kalibrierung von Kraftaufnehmern nach dem Sinusverfahren <a href="https://doi.org/10.7795/550.20190507A">https://doi.org/10.7795/550.20190507A</a>	DKD-R 3-10 Blatt 2	
		Ausgabe:	05/2019
		Revision:	0
		Seite:	2 / 21

## Deutscher Kalibrierdienst (DKD)

Im DKD sind Kalibrierlaboratorien von Industrieunternehmen, Forschungsinstituten, technischen Behörden, Überwachungs- und Prüfinstitutionen seit der Gründung 1977 zusammengeschlossen. Am 03. Mai 2011 erfolgte die Neugründung des DKD als *technisches Gremium* der PTB und der akkreditierten Laboratorien.

Dieses Gremium trägt die Bezeichnung Deutscher Kalibrierdienst (DKD) und steht unter der Leitung der PTB. Die vom DKD erarbeiteten Richtlinien und Leitfäden stellen den Stand der Technik auf dem jeweiligen technischen Fachgebiet dar und stehen der Deutschen Akkreditierungsstelle GmbH (DAkKS) für die Akkreditierung von Kalibrierlaboratorien zur Verfügung.

Die akkreditierten Kalibrierlaboratorien werden von der DAkKS als Rechtsnachfolgerin des DKD akkreditiert und überwacht. Sie führen Kalibrierungen von Messgeräten und Maßverkörperungen für die bei der Akkreditierung festgelegten Messgrößen und Messbereiche durch. Die von ihnen ausgestellten Kalibrierscheine sind ein Nachweis für die Rückführung auf nationale Normale, wie sie von der Normenfamilie DIN EN ISO 9000 und der DIN EN ISO/IEC 17025 gefordert wird.

### Kontakt:

Physikalisch-Technische Bundesanstalt (PTB)


DKD-Geschäftsstelle

Bundesallee 100 38116 Braunschweig

Postfach 33 45 38023 Braunschweig

Telefon Sekretariat: (05 31) 5 92-8021

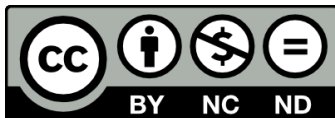
Internet: [www.dkd.eu](http://www.dkd.eu)

	Dynamische Kalibrierung von Kraftaufnehmern nach dem Sinusverfahren <a href="https://doi.org/10.7795/550.20190507A">https://doi.org/10.7795/550.20190507A</a>	DKD-R 3-10 Blatt 2	
		Ausgabe:	05/2019
		Revision:	0
		Seite:	3 / 21

*Zitiervorschlag für die Quellenangabe:*

*Richtlinie DKD-R 3-10 Blatt 2 Dynamische Kalibrierung von Kraftaufnehmern nach dem Sinusverfahren, Ausgabe 05/2019, Revision 0, Physikalisch-Technische Bundesanstalt, Braunschweig und Berlin. DOI: 10.7795/550.20190507A*

Das Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt und unterliegt der Creative Commons Nutzerlizenz CC by-nc-nd 3.0 (<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/3.0/de/>). In diesem Zusammenhang bedeutet „nicht-kommerziell“ (NC), dass das Werk nicht zum Zwecke der Einnahmenerzielung verbreitet oder öffentlich zugänglich gemacht werden darf. Eine Nutzung seiner Inhalte für die gewerbliche Verwendung in Laboratorien ist ausdrücklich erlaubt.



Autoren:


Dr. Sascha Eichstädt, Physikalisch-Technische Bundesanstalt (PTB), Braunschweig und Berlin;

Dr. Michael Kobusch, PTB;

Dr. Christian Schlegel, PTB;

Daniel Schwind, GTM Testing and Metrology GmbH, Bickenbach.

Herausgegeben von der Physikalisch-Technischen Bundesanstalt (PTB) für den Deutschen Kalibrierdienst (DKD) als Ergebnis der Zusammenarbeit der PTB mit den Fachausschüssen *Kraft und Beschleunigung* sowie *Werkstoffprüfmaschinen* des DKD.

	Dynamische Kalibrierung von Kraftaufnehmern nach dem Sinusverfahren <a href="https://doi.org/10.7795/550.20190507A">https://doi.org/10.7795/550.20190507A</a>	DKD-R 3-10 Blatt 2	
		Ausgabe:	05/2019
		Revision:	0
		Seite:	4 / 21


## Vorwort

DKD-Richtlinien sind Anwendungsdokumente zu den Anforderungen der DIN EN ISO/IEC 17025. In den Richtlinien werden technische, verfahrensbedingte und organisatorische Abläufe beschrieben, die den akkreditierten Kalibrierlaboratorien als Vorbild zur Festlegung interner Verfahren und Regelungen dienen. DKD-Richtlinien können zum Bestandteil von Qualitätsmanagementhandbüchern der Kalibrierlaboratorien werden. Durch die Umsetzung der Richtlinien wird die Gleichbehandlung der zu kalibrierenden Geräte in den verschiedenen Kalibrierlaboratorien gefördert und die Kontinuität und Überprüfbarkeit der Arbeit der Kalibrierlaboratorien verbessert.

Die DKD-Richtlinien sollen nicht die Weiterentwicklung von Kalibrierverfahren und -abläufen behindern. Abweichungen von Richtlinien und neue Verfahren sind im Einvernehmen mit der Akkreditierungsstelle zulässig, wenn fachliche Gründe dafür sprechen.


Kalibrierungen der akkreditierten Laboratorien geben dem Anwender Sicherheit für die Verlässlichkeit von Messergebnissen, erhöhen das Vertrauen der Kunden und die Wettbewerbsfähigkeit auf dem nationalen und internationalen Markt und dienen als messtechnische Grundlage für die Mess- und Prüfmittelüberwachung im Rahmen von Qualitätssicherungsmaßnahmen.

Die vorliegende Richtlinie wurde im Rahmen der Fachausschüsse *Kraft und Beschleunigung* sowie *Werkstoffprüfmaschinen* erstellt und vom Vorstand des DKD genehmigt.

	Dynamische Kalibrierung von Kraftaufnehmern nach dem Sinusverfahren <a href="https://doi.org/10.7795/550.20190507A">https://doi.org/10.7795/550.20190507A</a>	DKD-R 3-10 Blatt 2	
		Ausgabe:	05/2019
		Revision:	0
		Seite:	5 / 21

## Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung .....	6
1.1	<i>Definition dynamischer Kräfte</i> .....	6
1.2	<i>Zweck und Geltungsbereich</i> .....	6
2	Symbole .....	7
3	Beispiel einer Kalibrierung.....	9
3.1	<i>Modell und Randbedingungen</i> .....	9
3.2	<i>Kalibrierverfahren</i> .....	12
3.3	<i>Bestimmbare Kenngrößen</i> .....	14
3.3.1	<i>Kopfmasse</i> .....	14
3.3.2	<i>Dynamische Empfindlichkeit</i> .....	15
3.3.3	<i>Fußmasse</i> .....	16
3.3.4	<i>Steifigkeit</i> .....	16
3.3.5	<i>Dämpfung</i> .....	17
3.4	<i>Messunsicherheit</i> .....	19
4	Literaturverzeichnis .....	20

	Dynamische Kalibrierung von Kraftaufnehmern nach dem Sinusverfahren <a href="https://doi.org/10.7795/550.20190507A">https://doi.org/10.7795/550.20190507A</a>	DKD-R 3-10 Blatt 2	
		Ausgabe:	05/2019
		Revision:	0
		Seite:	6 / 21

## 1 Einleitung

### 1.1 *Definition dynamischer Kräfte*

Eine dynamische Kraft ist das Produkt aus Masse und Beschleunigung, wobei die Masse oder die Beschleunigung zeitlich veränderlich sind. Das Kalibrieren dynamischer Kräfte ermöglicht die Bestimmung der frequenzabhängigen (dynamischen) Eigenschaften der kraftmess-technischen Anwendung.

### 1.2 *Zweck und Geltungsbereich*

Diese Richtlinie dient zur dynamischen Kalibrierung von Kraftaufnehmern, die beispielsweise als TransfERNormale zur dynamischen Kalibrierung von Werkstoffprüfmaschinen eingesetzt werden.

Die Gültigkeit bestehender Kalibriervorschriften und die Notwendigkeit ihrer Durchführung wird durch die vorliegende Richtlinie nicht eingeschränkt. Kraftmessgeräte und Werkstoffprüfmaschinen sollten auch im Fall der dynamischen Kalibrierung als Rückführnachweis zusätzlich eine statische Kalibrierung aufweisen (z. B. DIN EN ISO 376 oder DIN EN ISO 7500).

## 2 Symbole

Abkürzungen/ Formelzeichen	Einheit	Erläuterung
$A$	N	Kraftamplitude
$b_c$	kg/s	Dämpfungskonstante der Verbindung Kraftaufnehmer-Belastungsmasse
$b_f$	kg/s	Dämpfungskonstante der Verbindung Fußmasse-Kopfmasse des Kraftaufnehmers
$c_{p_1}, c_{p_2}$	(N.N.)	Sensitivitätskoeffizienten
$F$	N	Kraft
$f$	Hz	Frequenz
$f_0$	Hz	Resonanzfrequenz
$k$	1	Erweiterungsfaktor
$k_c$	N/m	Steifigkeit der Verbindung Kraftaufnehmer-Belastungsmasse
$K_{\text{corr}}$	1	Korrekturparameter bei auftretender Beschleunigungsverteilung der Belastungsmasse
$k_f$	N/m	Steifigkeit der Verbindung Fußmasse-Kopfmasse des Kraftaufnehmers
$m_b$	kg	Fußmasse des Kraftaufnehmers
$m_i$	kg	Kopfmasse des Kraftaufnehmers
$m_t$	kg	Belastungsmasse
$p_1, p_2$	(N.N.)	Parameter der dynamischen Empfindlichkeit
$\hat{p}_1, \hat{p}_2$	(N.N.)	Parameterschätzwerte
$Q$	1	Qualitätsfaktor, Verhältnis der Resonanzfrequenz zur Halbwertsbreite des Resonanzpeaks
$S_f$	(N.N.)	Dynamische Empfindlichkeit des Kraftaufnehmers
$\hat{S}_f$	(N.N.)	Schätzwert der dynamischen Empfindlichkeit
$S_{f0}$	(N.N.)	Statische Empfindlichkeit des Kraftaufnehmers
$t$	s	Zeit
$u_{S_f}$	(N.N.)	Unsicherheit der dynamischen Empfindlichkeit
$u_{p_1}, u_{p_2}, u_{p_{1,2}}$	(N.N.)	Unsicherheit der Parameter der dynamischen Empfindlichkeit

Abkürzungen/ Formelzeichen	Einheit	Erläuterung
$U_{S_f}$	(N.N.)	Erweiterte Unsicherheit der dynamischen Empfindlichkeit
$\mathbf{U}_p$	(N.N.)	Kovarianzmatrix
$U_f$	(N.N.)	Kraftaufnehmer-Ausgangssignal
$x_b$	m	Vertikale Auslenkung der Fußmasse
$\ddot{x}_b$	m/s <sup>2</sup>	Beschleunigung der Fußmasse
$x_i$	m	Vertikale Auslenkung der Kopfmasse
$x_t$	m	Vertikale Auslenkung der Belastungsmasse
$\ddot{x}_t$	m/s <sup>2</sup>	Beschleunigung der Belastungsmasse
$\Delta f$	Hz	Halbwertsbreite des Resonanzpeaks
$\mu$	kg	Reduzierte Masse aus Kombination von Belastungsmasse und Kopfmasse
$\rho$	(N.N.)	Korrelationskoeffizient
$\varphi$	rad	Winkel
$\omega$	rad	Kreisfrequenz



### 3 Beispiel einer Kalibrierung

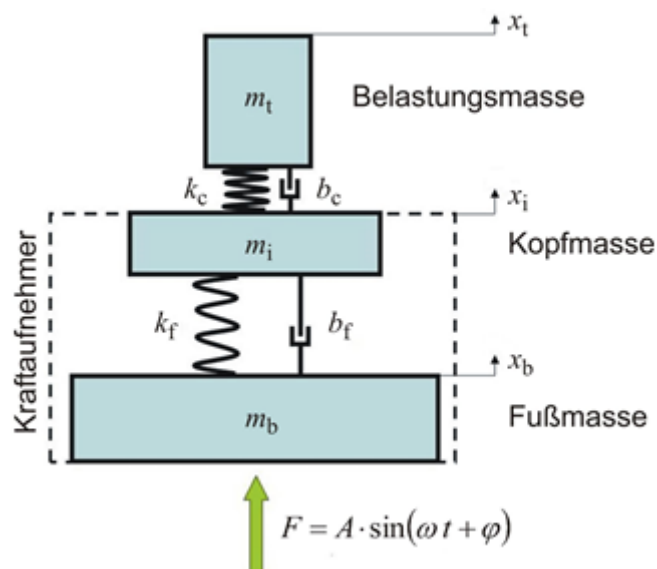
#### 3.1 Modell und Randbedingungen

Das dynamische Verhalten eines Kraftaufnehmers wird durch ein Feder-Masse-Modell beschrieben. Abbildung 1 zeigt das vereinfachte schematische Modell eines Kraftaufnehmers, der durch eine Belastungsmasse  $m_t$  zusätzlich belastet wird. Die Befestigung der Belastungsmasse ist als gedämpfte Feder durch die Verbindungssteifigkeit  $k_c$  und die Dämpfungskonstante  $b_c$  dargestellt. Der eigentliche Kraftaufnehmer besteht aus der Fußmasse  $m_b$  und der Kopfmasse  $m_i$ , die miteinander über die Steifigkeit  $k_f$  und die Dämpfung  $b_f$  verbunden sind.


Wird bei der dynamischen Kalibrierung eine rein vertikale Bewegung ausgeübt, lassen sich die vertikalen Auslenkungen der drei Massen durch den Vektor  $(x_t, x_i, x_b)$  beschreiben.

Die sinusförmige Krafterregung erfolgt von der Unterseite der Fußmasse  $m_b$  aus. Diese Kraft wird beispielsweise durch einen elektrodynamischen Schwingungserreger erzeugt. Die Beschleunigungen der Belastungsmasse  $\ddot{x}_t$  und der Fußmasse  $\ddot{x}_b$  auf der Befestigungsplatte des Schwingungserregers sowie das Kraftaufnehmersignal  $U_f$  werden zur Kalibrierung aufgezeichnet.

Das Kraftaufnehmersignal wird als proportional zur Verformung des Federelementes des Kraftaufnehmers  $(x_i - x_b)$  angenommen.



**Abbildung 1:** Schematisches Modell eines Kraftaufnehmers mit Belastungsmasse. Der Aufnehmer selbst ist dargestellt als gedämpftes Feder-Masse-System mit Kopf- und Fußmasse. Die Verbindung zur Belastungsmasse ist ebenfalls als gedämpfte Feder dargestellt, deren Steifigkeit im Vergleich zur Kraftaufnehmersteifigkeit jedoch sehr viel größer ist. Die Größen der gezeichneten Massen sind nicht maßstäblich, in der Regel ist die Kopfmasse sehr viel kleiner als die Belastungsmasse.

	Dynamische Kalibrierung von Kraftaufnehmern nach dem Sinusverfahren <a href="https://doi.org/10.7795/550.20190507A">https://doi.org/10.7795/550.20190507A</a>		DKD-R 3-10 Blatt 2
			Ausgabe: 05/2019
			Revision: 0
			Seite: 10 / 21

Das in Abbildung 1 dargestellte Modell des Kraftaufnehmers mit Belastungsmasse wird durch das folgende System von linearen Differentialgleichungen mit konstanten Koeffizienten beschrieben:

$$\begin{aligned}
m_t \ddot{x}_t &= -k_c(x_t - x_i) - b_c(\dot{x}_t - \dot{x}_i) \\
m_i \ddot{x}_i &= k_c(x_t - x_i) + b_c(\dot{x}_t - \dot{x}_i) - k_f(x_i - x_b) - b_f(\dot{x}_i - \dot{x}_b) \\
m_b \ddot{x}_b &= k_f(x_i - x_b) + b_f(\dot{x}_i - \dot{x}_b) + F
\end{aligned} \tag{1}$$

Die gesuchte Kalibriergröße, nämlich die dynamische Empfindlichkeit  $S_f$ , ist das frequenzabhängige Verhältnis des Kraftaufnehmer-Ausgangssignals  $U_f$  (Brückensignal in mV/V, Ladung in pC, Spannung in mV) zur einwirkenden dynamischen Kraft  $F$ :

$$S_f = \frac{U_f}{(m_t + m_i) \cdot \ddot{x}_t} \tag{2}$$

Im Modell nach Abbildung 1 ist das Kraftaufnehmersignal  $U_f$  proportional der Differenz der Koordinaten  $(x_i - x_b)$  und die an der Kopfmassse  $m_i$  eingeleitete dynamische Kraft ist proportional der Beschleunigung  $\ddot{x}_t$  der Belastungsmasse  $m_t$ .

$$S_f \propto \left| \frac{x_i - x_b}{\ddot{x}_t} \right| \tag{3}$$

Mit der Ansatzfunktion  $\ddot{x} = i\omega\dot{x} = -\omega^2x$  für sinusförmige Bewegungen lässt sich das Gleichungssystem (1) nach der gesuchten Größe auflösen:


$$\left| \frac{x_i - x_b}{\ddot{x}_t} \right| = \frac{m_t + m_i}{k_f} \cdot \sqrt{\frac{1 - 2\omega^2 \frac{\mu}{k_c} \left(1 - \frac{b_c^2}{2\mu k_c}\right) + \left(\omega^2 \frac{\mu}{k_c}\right)^2}{\left(1 + \left(\omega \frac{b_f}{k_f}\right)^2\right) \cdot \left(1 + \left(\omega \frac{b_c}{k_c}\right)^2\right)}}, \tag{4}$$

mit der reduzierten Masse  $\mu = (m_t m_i) / (m_t + m_i)$ .

Unter der Annahme, dass die Verbindung zur Belastungsmasse sehr steif ausgeführt ist und damit nur einen kleinen Einfluss hat ( $b_b/k_c$  gegen Null), sowie der Annahme, dass  $b_f/k_f$  klein ist, lässt sich (4) näherungsweise schreiben als:

$$\left| \frac{x_i - x_b}{\ddot{x}_t} \right| \approx \frac{m_t + m_i}{k_f} \cdot \left(1 - \frac{\mu}{k_c} \omega^2\right) \tag{5}$$

Für die dynamische Empfindlichkeit ergibt sich mit (2) dann folgender Ausdruck:

	Dynamische Kalibrierung von Kraftaufnehmern nach dem Sinusverfahren <a href="https://doi.org/10.7795/550.20190507A">https://doi.org/10.7795/550.20190507A</a>	DKD-R 3-10 Blatt 2	
		Ausgabe:	05/2019
		Revision:	0
		Seite:	11 / 21

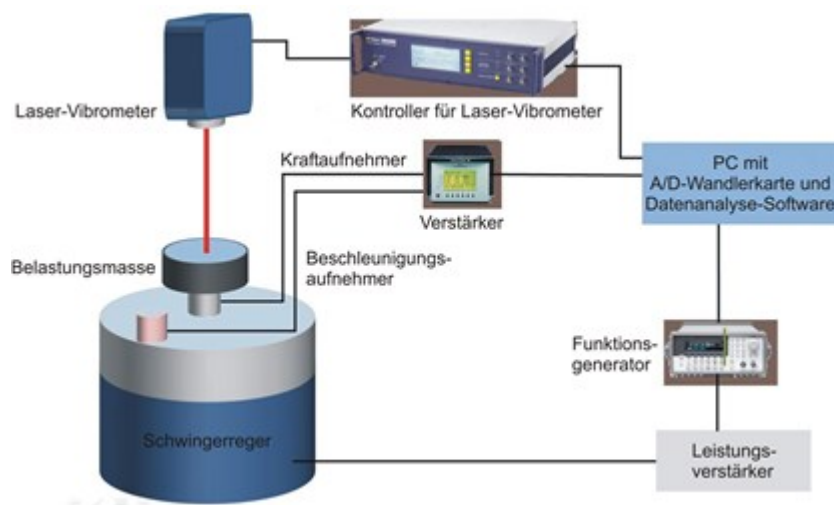
$$S_f = p_1 \cdot (1 - p_2 \cdot \omega^2) \quad (6)$$

Aus der Messung der dynamischen Empfindlichkeit  $S_f$  lassen sich die zwei Parameter  $p_1$  und  $p_2$  mittels Regression bestimmen. Es ist leicht erkennbar, dass  $S_f$  mit dem Quadrat der Frequenz  $\omega$  sinkt. Der Übergang zu  $\omega = 0$  liefert die statische Empfindlichkeit  $S_{f0}$ .

Anmerkung: Das Modell (Abbildung 1) und seine Bewegungsgleichungen (1) gelten streng genommen für starre Körper. Bei einem elastischen Körper erfahren die einzelnen Massepunkte jedoch in geringem Maße unterschiedliche Beschleunigungen in vertikaler Richtung. Die in der Praxis auf der Oberseite der Belastungsmasse mittels Laser-Vibrometer gemessene Beschleunigung unterscheidet sich daher geringfügig von dem in (1) angesetzten Wert. Zur Berücksichtigung dieses elastischen Einflusses lässt sich ein Korrekturfaktor  $K_{\text{corr}}$  definieren, z. B. mit Hilfe von Finite-Elemente-Methoden, mit dem die gemessenen Beschleunigungswerte zu korrigieren sind. Weiterführende Information zur Primärkalibrierung mit sinusförmigen Kräften ist in [1]-[3] beschrieben.

### 3.2 Kalibrierverfahren

Der schematische Aufbau einer Sinuskalibrierung ist in Abbildung 2 beispielhaft gezeigt. Die sinusförmige Krafterzeugung erfolgt über einen elektrodynamischen Schwingerreger, der über einen Leistungsverstärker mit vorgeschaltetem Funktionsgenerator angesteuert wird. Die Beschleunigungsmessung der Kopfmasse erfolgt z. B. mit einem Laser-Vibrometer, die des Schwingtisches mit einem Beschleunigungsaufnehmer.




**Abbildung 2:** Schematischer Aufbau für eine dynamische Kraftaufnehmerkalibrierung nach dem Sinusverfahren

Laser-Vibrometer erfassen die Beschleunigung der schwingenden Oberfläche mittels optischer Antastung, d. h. ohne Kraftnebenschluss und zusätzlicher Massebelastung. Die Oberfläche lässt sich an verschiedenen Punkten antasten (insbesondere mit speziell hierfür entwickelten Scanning-Vibrometern), um die mittlere Beschleunigung der Oberseite der Belastungsmasse zu ermitteln. Wird stattdessen ein auf der Belastungsmasse montierter Beschleunigungsaufnehmer verwendet, muss die Masse des Beschleunigungsaufnehmers entsprechend berücksichtigt werden.

Die Messung der Beschleunigung der Belastungsmasse ist zur Ermittlung der dynamischen Empfindlichkeit erforderlich. Die im Bild gezeigte zusätzliche Messung der Beschleunigung des Schwingtisches wird für die Bestimmung der Parameter Steifigkeit und Dämpfung des Kraftaufnehmers benötigt.

Da die Parameter der Sinuskalibrierung nicht voneinander unabhängig und wesentlich von der technischen Ausstattung des Kalibrierlaboratoriums abhängig sind, sind folgende Bedingungen vor der Kalibrierung mit dem Kunden abzustimmen und festzulegen:

- Mit welchen dynamischen Kraftamplituden (d. h. verschiedenen Belastungsmassen und/oder Beschleunigungen) ist die Kalibrierung durchzuführen? Anmerkung: Zur Ermittlung der Kopfmasse  $m_t$  des Kraftaufnehmers müssen mindestens zwei unterschiedlich große Belastungsmassen  $m_t$  angewendet werden.
- In welchem Frequenzbereich ist die Kalibrierung durchzuführen?
- Mit welchen Beschleunigungen ( $\ddot{x}_b$  bzw.  $\ddot{x}_t$ ) ist die Kalibrierung durchzuführen?

	<p style="text-align: center;">Dynamische Kalibrierung von Kraftaufnehmern nach dem Sinusverfahren</p> <p style="text-align: center;"><a href="https://doi.org/10.7795/550.20190507A">https://doi.org/10.7795/550.20190507A</a></p>	DKD-R 3-10 Blatt 2	
		Ausgabe:	05/2019
		Revision:	0
		Seite:	13 / 21

- Sind weitere Kenngrößen neben der dynamischen Empfindlichkeit  $S_f$  und der Kopfmasse  $m_i$  zu bestimmen?
- Ist ein laboreigener Verstärker für den Kraftaufnehmer zu verwenden?
- Im Falle einer Kalibrierung der Messkette: Ist der kundeneigene Verstärker zur Einbindung in den Kalibrier Aufbau geeignet?

### 3.3 Bestimmbare Kenngrößen

#### 3.3.1 Kopfmasse

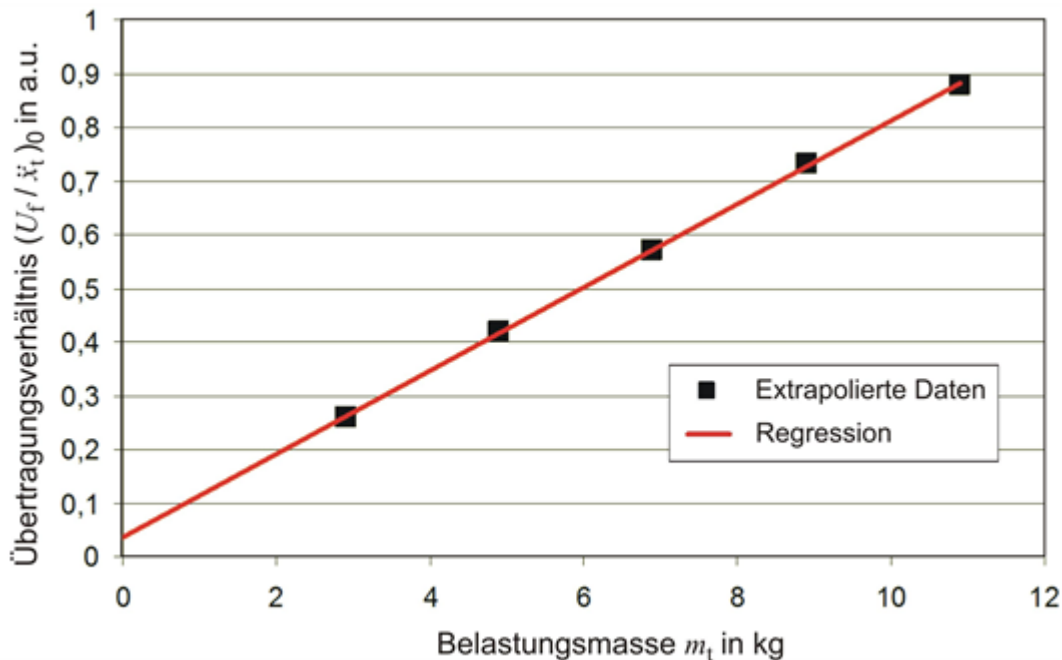
Die Kopfmasse  $m_i$  des Kraftaufnehmers (siehe Abbildung 1) ist ein Parameter, der zur Bestimmung des dynamischen Übertragungsverhaltens (1) benötigt wird. Nachfolgend wird ein Verfahren zur dynamischen Bestimmung der Kopfmasse  $m_i$  aus der Sinuskalibrierung beschrieben.

Das Umstellen von (2) nach dem Verhältnis von Kraftaufnehmersignal  $U_f$  und Beschleunigung der Belastungsmasse  $\ddot{x}_t$  liefert eine Bestimmungsgleichung für die Kopfmasse  $m_i$ . Für das zur Frequenz Null extrapolierte Übertragungsverhältnis  $(U_f / \ddot{x}_t)_0$  gilt:


$$\left( \frac{U_f}{\ddot{x}_t} \right)_0 = S_{f0} \cdot m_t + S_{i0} \cdot m_i \quad (7)$$

Dieser mathematische Zusammenhang ist in Abbildung 3 grafisch veranschaulicht. Trägt man das zur Frequenz Null extrapolierte gemessene Übertragungsverhältnis  $(U_f / \ddot{x}_t)_0$  über der Belastungsmasse  $m_t$  auf, kann aus dem Schnittpunkt der Regressionsgeraden mit der Ordinate  $m_t = 0$  die Kopfmasse  $m_i$  berechnet werden.

Das Verhältnis aus Kraftaufnehmersignal und Beschleunigung ist durch Messung bei mehreren Frequenzen im unteren Frequenzbereich zu bestimmen, also bei Frequenzen, bei denen sich die dynamische Empfindlichkeit noch nicht mit der Frequenz ändert, beispielsweise bei 50 Hz, 75 Hz und 100 Hz.



**Abbildung 3:** Übertragungsverhältnis  $(U_f / \ddot{x}_t)_0$  für unterschiedliche Belastungsmassen  $m_t$  zur Bestimmung der Aufnehmerkopfmasse  $m_i$ .

	Dynamische Kalibrierung von Kraftaufnehmern nach dem Sinusverfahren <a href="https://doi.org/10.7795/550.20190507A">https://doi.org/10.7795/550.20190507A</a>	DKD-R 3-10 Blatt 2	
		Ausgabe:	05/2019
		Revision:	0
		Seite:	15 / 21

Die Kopfmass mit ihrer zugeordneten Messunsicherheit ist zusammen mit dem Bestimmungsverfahren im Kalibrierschein anzugeben.

Bei sehr kleinen Kopfmassen, im Verhältnis zu den verwendeten Belastungsmassen, kann das beschriebene Verfahren auf Grund zu großer Fehler des gemessenen Übertragungsverhältnisses versagen, so dass beispielsweise eine negative Kopfmass resultieren würde. In diesem Fall sollte man die interne Masse vernachlässigen ( $m_i = 0$ ) und einen entsprechenden Unsicherheitsbeitrag für die interne Masse abschätzen.

Es gibt unterschiedliche Verfahren zur Bestimmung der Kopfmass (beispielsweise durch Drehung des Aufnehmers im Schwerfeld der Erde). Je nach Verfahren können sich andere Werte ergeben. Die Kopfmass darf zu Auswertungszwecken nicht aus Datenblättern oder älteren Kalibrierscheinen entnommen werden. Vorliegende Angaben anderer Quelle könnten für den im Rahmen der Kalibrierung durchgeführten Versuch falsch sein.

### 3.3.2 Dynamische Empfindlichkeit

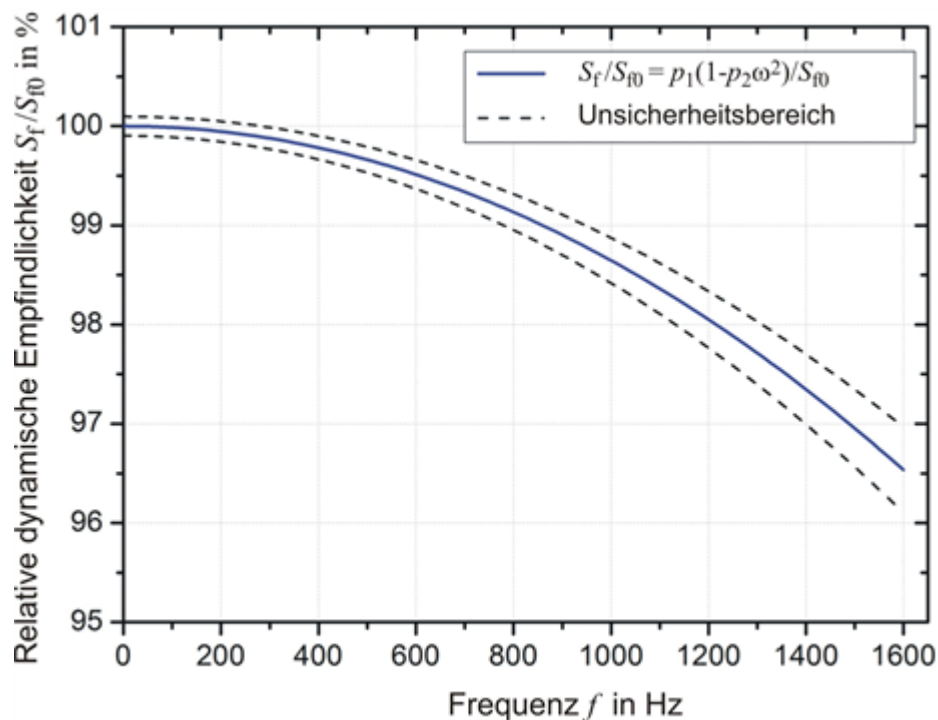
Die dynamische Empfindlichkeit ist das wichtigste Kalibrierergebnis bei der Kalibrierung von Kraftaufnehmern nach dem Sinusverfahren. Die Ermittlung erfolgt nach (2) durch Verwendung von unterschiedlich großen Belastungsmassen und Durchfahren des geforderten Frequenzbereiches. Die Kopfmass  $m_i$  des Kraftaufnehmers ist hierbei zu berücksichtigen. Die dynamischen Empfindlichkeiten können basierend auf (6) ermittelt werden. Die mit den unterschiedlichen Belastungsmassen ermittelten dynamischen Empfindlichkeiten können sich unterscheiden und sollten jeweils separat angegeben werden. Für eine von der Belastungsmass unabhängige dynamische Kalibrierung sind die Steifigkeits- und Dämpfungsparameter in Gleichung (1) aus der Kalibrierung zu bestimmen, siehe z. B. [4].

Im Kalibrierschein sind die aus den Messdaten durch Regression ermittelten Parameter  $p_1$  und  $p_2$  für jede Belastungsmass anzugeben. Der Parameter  $p_1$  sollte im Rahmen der zu Grunde gelegten Messunsicherheit der statischen Empfindlichkeit entsprechen.

Das Abklingen der dynamischen Empfindlichkeit mit der Frequenz sollte grafisch durch das Verhältnis  $S_f / S_{f_0}$  dargestellt werden, wie Abbildung 4 beispielhaft zeigt.

Das dynamische Verhalten des bei der Kalibrierung verwendeten Kraftaufnehmerverstärkers muss bekannt sein, weil dieses unmittelbar in das Kalibrierergebnis eingeht.

- Für den Fall, dass ein laboreigener Verstärker bei der Kalibrierung Anwendung findet, wird das dynamische Verhalten mit einem dynamischen Kalibrator ermittelt und bei der Berechnung der Kalibriergröße berücksichtigt.
- Für den Fall, dass ein kundeneigener Verstärker zusammen mit dem Kraftaufnehmer als Messkette bei der Kalibrierung Anwendung finden soll, ist sicherzustellen, dass die Signallaufzeiten und Abtastraten der zu kalibrierenden Messkette mit den Bedingungen des Kalibrierbaus übereinstimmen.



**Abbildung 4:** Abnahme der dynamischen Empfindlichkeit mit der Frequenz.

### 3.3.3 Fußmasse

Die Fußmasse  $m_b$  des Kraftaufnehmers (siehe Abbildung 1) ist ein Parameter, der bei der Kalibrierung nach dem hier beschriebenen Sinusverfahren zur Bestimmung der dynamischen Empfindlichkeit unbedeutend ist.

Für spätere Anwendungen des dynamisch kalibrierten Kraftaufnehmers könnte die Kenntnis der Fußmasse dennoch interessant und gefordert sein. Ein Verfahren zur dynamischen Bestimmung der Fußmasse verwendet den kopfüber montierten Kraftaufnehmer in der dynamischen Kalibriereinrichtung, wobei die Auswertung analog zur Bestimmung der Kopfmasse durchgeführt wird.

### 3.3.4 Steifigkeit

Die Steifigkeit  $k_f$  des Kraftaufnehmers (siehe Abbildung 1) ist ein Parameter, der bei der Kalibrierung nach dem Sinusverfahren nur auf Anforderung bestimmt wird. Neben dem nachfolgend beschriebenen Verfahren zur dynamischen Bestimmung lässt sich die Steifigkeit auch durch statische Belastung ermittelt. Das angewendete Verfahren ist im Kalibrierschein anzugeben.

Zur Ermittlung der dynamischen Steifigkeit ist das Verhältnis  $\ddot{x}_t / \ddot{x}_b$  der Beschleunigungen von Belastungsmasse und Schwingtisch über der Frequenz aufzutragen (siehe Abbildung 5). Dieser Amplitudengang zeigt eine ausgeprägte Resonanz mit der Resonanzfrequenz  $f_0$ .



Die dynamische Steifigkeit  $k_f$  des Kraftaufnehmers folgt aus der Beziehung

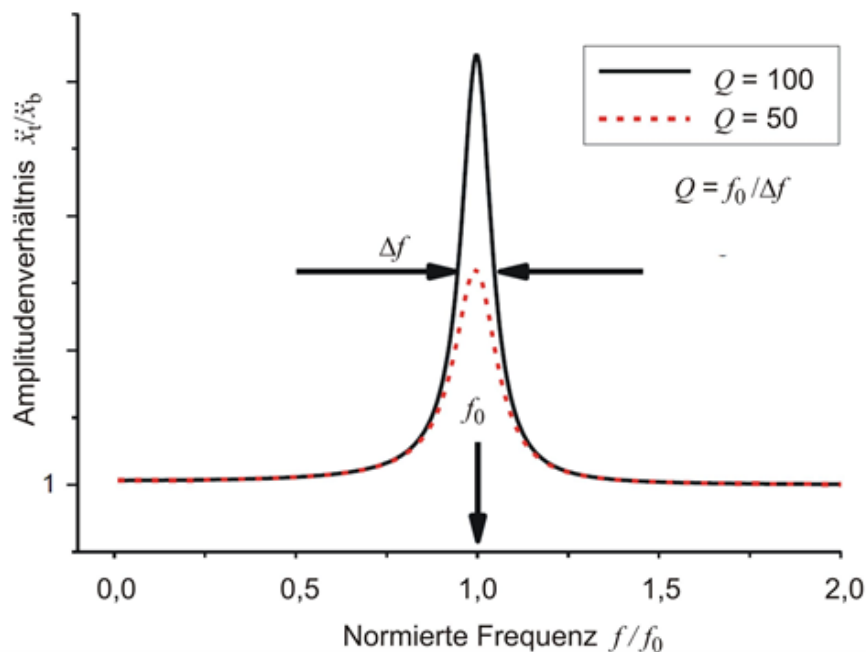
$$k_f = (2\pi \cdot f_0)^2 \cdot (m_i + m_t) \quad (8)$$

Anmerkung: Die Verbindung zwischen Belastungsmasse und Kraftaufnehmer sei hierbei als starr angenommen (Ankopplungssteifigkeit  $k_c \rightarrow \infty$ ), d. h. das schwingfähige System verhält sich wie ein gedämpfter Einmassenschwinger.


### 3.3.5 Dämpfung

Die Dämpfung  $b_f$  des Kraftaufnehmers (siehe Abbildung 1) ist ein Parameter, der bei der Kalibrierung nach dem Sinusverfahren nur auf Anforderung bestimmt wird. Nachfolgend wird ein Verfahren zur dynamischen Bestimmung der Dämpfung aus der Sinuskalibrierung beschrieben. Das angewendete Verfahren ist im Kalibrierschein anzugeben.

Zur Ermittlung der Dämpfung aus der unter Kapitel 3.3.4 erhaltenen Resonanzkurve ist das Verhältnis aus Resonanzfrequenz und Halbwertsbreite des Resonanzpeaks auszuwerten. Dieses Verhältnis bildet den Qualitätsfaktor  $Q$ . Der Wert des Qualitätsfaktors muss mindestens 20 betragen, um einen Unsicherheitsbeitrag kleiner 0,1% zu erzielen.




**Abbildung 5:** Amplitudengang des Verhältnisses der Beschleunigungen  $\ddot{x}_t / \ddot{x}_b$  von Belastungsmasse und Schwingtisch mit Resonanzfrequenz  $f_0$  und Halbwertsbreite  $\Delta f$  des Resonanzpeaks. Beispielhaft sind zwei Resonanzkurven mit unterschiedlichem Qualitätsfaktor  $Q$  eingezeichnet.

	Dynamische Kalibrierung von Kraftaufnehmern nach dem Sinusverfahren <a href="https://doi.org/10.7795/550.20190507A">https://doi.org/10.7795/550.20190507A</a>	DKD-R 3-10 Blatt 2	
		Ausgabe:	05/2019
		Revision:	0
		Seite:	18 / 21

Die Dämpfung  $b_f$  des Kraftaufnehmers folgt aus der Beziehung

$$b_f = \frac{\Delta f}{f_0} \sqrt{k_f \cdot (m_i + m_t)} = \frac{1}{Q} \sqrt{k_f \cdot (m_i + m_t)} \quad (9)$$

Anmerkung: Die Verbindung zwischen Belastungsmasse und Kraftaufnehmer sei hierbei als starr angenommen (Ankopplungssteifigkeit  $k_c \rightarrow \infty$ ), d. h. das schwingfähige System verhält sich wie ein gedämpfter Einmassenschwinger.

	Dynamische Kalibrierung von Kraftaufnehmern nach dem Sinusverfahren <a href="https://doi.org/10.7795/550.20190507A">https://doi.org/10.7795/550.20190507A</a>		DKD-R 3-10 Blatt 2
			Ausgabe: 05/2019
			Revision: 0
			Seite: 19 / 21

### 3.4 Messunsicherheit

Gleichung (6) stellt die Basis zur Bestimmung der Messunsicherheit der dynamischen Empfindlichkeit  $S_f(\omega)$  dar. Dafür werden aus einer Regression die Modellparameter  $p_1$ ,  $p_2$  und ihre Kovarianzmatrix  $\mathbf{U}_p$  bestimmt:

$$\mathbf{U}_p = \begin{pmatrix} u_{p_1}^2 & u_{p_{1,2}} \\ u_{p_{1,2}} & u_{p_2}^2 \end{pmatrix} \quad (10)$$

mit den Unsicherheiten  $u_{p_1}$ ,  $u_{p_2}$  und der Kovarianz  $u_{p_{1,2}} = \rho(p_1, p_2) \cdot u_{p_1} \cdot u_{p_2}$ , wobei  $\rho(p_1, p_2)$  den Korrelationskoeffizienten bezeichnet.

Die Messunsicherheit der Modellparameter ergibt sich aus der Regression an die Kurve der gemessenen dynamischen Empfindlichkeiten  $S_f(\omega)$ . Die Messwerte der dynamischen Empfindlichkeit beinhalten dabei nach (2) den Unsicherheitsbeitrag der elektrischen Messketten von Kraftaufnehmer (Signal  $U_f$ ) und Beschleunigungsmessung (Signal  $\ddot{x}_t$ ), sowie die Unsicherheit der Bestimmung der Massen  $m_t$  und  $m_i$ . Die Unsicherheit der gemessenen dynamischen Empfindlichkeit pflanzt sich dann durch die Regression auf die Unsicherheit der Modellparameter  $\hat{p}_1$  und  $\hat{p}_2$  fort [5].

Mit (6) als Modellgleichung der Messgröße  $S_f$  ergeben sich dann folgende Sensitivitätskoeffizienten:

$$c_{p_1} = 1 - \hat{p}_2 \omega^2, \quad c_{p_2} = -\hat{p}_1 \omega^2 \quad (11)$$

mit den Schätzwerten  $\hat{p}_1$  und  $\hat{p}_2$ .

Die Messunsicherheit von  $S_f$  berechnet sich dann gemäß GUM als

$$\begin{aligned} u_{S_f} &= \sqrt{c_{p_1}^2 u_{p_1}^2 + c_{p_2}^2 u_{p_2}^2 + 2c_{p_1} c_{p_2} u_{p_{1,2}}} \\ &= \sqrt{(1 - \hat{p}_2 \omega^2)^2 u_{p_1}^2 + (\hat{p}_1 \omega^2)^2 u_{p_2}^2 + 2(1 - \hat{p}_2 \omega^2)(\hat{p}_1 \omega^2) u_{p_{1,2}}} \end{aligned} \quad (12)$$


Es ist zu beachten, dass die Unsicherheit eine Funktion der Kreisfrequenz  $\omega$  ist.

Die relative erweiterte Unsicherheit berechnet sich als

$$\frac{U_{S_f}}{\hat{S}_f} = \frac{U_{S_f}}{\hat{p}_1(1 - \hat{p}_2 \omega^2)} = k \cdot \sqrt{\frac{u_{p_1}^2}{\hat{p}_1^2} + \frac{\omega^4 u_{p_2}^2}{(1 - \hat{p}_2 \omega^2)^2} + \frac{2\omega^2 u_{p_{1,2}}}{\hat{p}_1(1 - \hat{p}_2 \omega^2)}} \quad (13)$$

mit geeignet gewähltem Erweiterungsfaktor  $k$ .

Der Messunsicherheitsbeitrag des verwendeten Messverstärkers und des verwendeten Beschleunigungsaufnehmers fließen indirekt in die Messunsicherheitsbetrachtung mit ein, indem diese bei der Regressionsbestimmung von  $p_1$  und  $p_2$  entsprechend als Messunsicherheit der zu fittenden Daten eingebracht werden [5].

	Dynamische Kalibrierung von Kraftaufnehmern nach dem Sinusverfahren <a href="https://doi.org/10.7795/550.20190507A">https://doi.org/10.7795/550.20190507A</a>	DKD-R 3-10 Blatt 2	
		Ausgabe:	05/2019
		Revision:	0
		Seite:	20 / 21

#### 4 Literaturverzeichnis

- [1] R. Kumme: Untersuchung eines direkten Verfahrens zur dynamischen Kalibrierung von Kraftmessgeräten – ein Beitrag zur Verringerung der Messunsicherheit, Dissertation, TU Braunschweig, 1996.
- [2] Schlegel, Ch.; Kiekenap, G.; Glöckner, B.; Buß, A.; Kumme, R.: Traceable Periodic Force Calibration; Metrologia 49, 224 (2012), S. 224–235, doi: 10.1088/0026-1394/49/3/224.
- [3] Schlegel, Ch.; Kiekenap, G.; Kumme, R.: Application of a Scanning Vibrometer for the Periodic Calibration of Force Transducers; XX IMEKO World Congress, Metrology for Green Growth, 9.–14. Sept. 2012, Busan, Republic of Korea.
- [4] Kobusch, M.; Eichstädt, S.: A case study in model-based dynamic calibration of small strain gauge force transducers; ACTA IMEKO Vol. 6, Nr. 1, 2017, doi: 10.21014/acta\_imeko.v6i1.433.
- [5] Elster, C.; Wübbeler, G.: Bayesian regression versus application of least squares – an example; Metrologia 53 (2016), S. 10–16.



Herausgeber:

**Physikalisch-Technische Bundesanstalt**  
Deutscher Kalibrierdienst  
Bundesallee 100  
38116 Braunschweig

[www.dkd.eu](http://www.dkd.eu)  
[www.ptb.de](http://www.ptb.de)